



Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Matemáticas  
Septiembre-Diciembre 2011

Nombre: \_\_\_\_\_

Carnet: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

MA-3111-7:30 a.m.—Segundo Parcial, miércoles 07-12-11, 50%—B

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.**

TABLA DE TRANSFORMADAS DE FOURIER;  $a \in \mathbb{R}$ ,  $c > 0$  y  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$   
La expresión  $1_{(-c,c)}(x)$  indica la función que vale 1 para  $-c < x < c$  y 0 en otro caso.

$f(x)$	$\hat{f}(\omega)$	$1/(c^2 + x^2)$	$(1/2c)e^{-c \omega }$	$\hat{f}(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx$ $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega)e^{i\omega x} d\omega$ $\mathcal{F}(\alpha f(x) + \beta g(x)) = \alpha \hat{f}(\omega) + \beta \hat{g}(\omega)$ $(f, g) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{g(x)} dx$ $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{g(x)} dx = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega)\overline{\hat{g}(\omega)} d\omega$
$f(x - a)$	$e^{-ia\omega} \hat{f}(\omega)$	$e^{-c x }$	$c/[\pi(c^2 + \omega^2)]$	
$e^{iax} f(x)$	$\hat{f}(\omega - a)$	$(\sin cx)/x$	$(1/2)1_{(-c,c)}(\omega)$	
$f(ax)$	$(1/ a )\hat{f}(\omega/a)$	$1_{(-c,c)}(x)$	$(\sin c\omega)/\pi\omega$	
$f_{gen}^{(n)}(x)$	$(i\omega)^n \hat{f}(\omega)$	1	$\delta(\omega)$	
$x^n f(x)$	$i^n \hat{f}_{gen}^{(n)}(\omega)$	$\delta(x)$	$1/2\pi$	
$e^{-cx^2/2}$	$(1/\sqrt{2\pi c})e^{-\omega^2/2c}$	$f(x)g(x)$	$\hat{f} * \hat{g}(\omega)$	

1. (12 pts.) Sea  $f(\theta) = \theta^2$  en el intervalo  $-1 < \theta < 1$  y 2-periódica.

- (a) Calcular la serie de Fourier real de  $f(\theta)$ .  
(b) Usando la parte (a) calcule

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}.$$

2. (15 pts.) Halle la solución  $u(x, y)$  al problema siguiente:

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < \pi, \quad 0 < y < \pi, \\ u(0, y) = u(\pi, y) = 0, & 0 < y < \pi, \\ u_x(x, 0) = 0, & 0 < x < \pi, \\ u(x, \pi) = 1 \end{cases}$$

3. (13 pts.) Halle la solución acotada  $u(x, t)$  del problema

$$\begin{cases} u_t = 2u_{xx} & 0 < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(0, t) = 0, & t > 0, \\ u(x, 0) = xe^{-x^2/2} \end{cases}$$

4. (10 pts.) Calcule la transformada de Fourier de  $f(x) = (\cos x) \cdot 1_{(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})}(x)$ .